

**31 - 05 | 2025**

## ANÁLISE DA CONTRIBUIÇÃO DO MATERIAL MANIPULÁVEL NA DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA SOBRE O ÂNGULO EX-INSCRITO NUMA CIRCUNFERÊNCIA – CASO DE ESTUDO DA 8ª CLASSE NUMA ESCOLA SECUNDARIA DA PROVINCIA DE MAPUTO

Analysis of the contribution of manipulatives in the demonstration of the theorem of the angle exinscribed in a circle - a case study of the 8th grade of a secondary school of Maputo province.

Análisis de la contribución de los manipulativos en la demostración del teorema del ángulo exinscrito en una circunferencia - estudio de caso del 8º grado de una escuela secundaria de la provincia de Maputo

Vasco Agostinho João Cuambe<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Instituto Superior de Gestão e Empreendedorismo Gwaza Muthini, [Vcuambe@gmail.com](mailto:Vcuambe@gmail.com)

Autor para correspondência: [miguelbungo1108@yahoo.com](mailto:miguelbungo1108@yahoo.com)

**Data de recepção: 17-01-2025**

**Data de aceitação: 02-03-2025**

**Como citar este artigo:** Cuambe, V.A.J. (2025). Análise da contribuição do material manipulável na demonstração do teorema sobre o ângulo ex-inscrito numa circunferência – caso de estudo da 8ª classe numa escola secundaria da Provincia de Maputo. *ALBA - ISFIC Research and Science Journal*, 2(7), pp. 513 – 521. <https://alba.ac.mz/index.php/alba/issue/view/10>.

### Resumo

A utilização dos materiais manipuláveis nas aulas de matemática é de extrema relevância pois ajudam o aluno a observar, analisar e construir o seu próprio conhecimento. Nessa perspectiva realizou-se, numa Escola Secundária de província do Maputo, uma pesquisa de abordagem Quali-Quantitativa envolvendo 120 alunos da 8ª Classe, com o objectivo de analisar o contributo do material manipulável proposto para a demonstração do teorema sobre o ângulo ex-inscrito numa circunferência. As principais técnicas e

instrumentos de colecta de dados consistiram na aplicação de pré-teste, pós-teste bem como registo de alguns comportamentos e reacções dos alunos. Os dados obtidos com base nos testes foram processados através do *software* estatístico SPSS versão 25. Dos resultados fornecidos com relação ao pós-teste a turma experimental teve 12.2585 e a de controlo 10.4492 valores de média. A aplicação do material manipulável teve um efeito muito grande sendo que os resultados obtidos evidenciam a pertinência desta ferramenta no ensino e aprendizagem da Matemática.

**Palavras-chave:** *Ângulo ex-inscrito, circunferência, materiais manipuláveis.*

### Abstract

The use of manipulable materials in mathematics classes is extremely relevant because it helps the student to observe, analyze and build their own knowledge. In this perspective, Quali-Quantitative research involving 120 students of the 8th grade was carried out in the Lhanguene Secondary School, with the objective of analyzing the contribution of the proposed manipulable material to the demonstration of the theorem about the ex-inscribed angle in a circumference. The main techniques and instruments for data collection consisted of applying pre-test, post-test as well as registration of some students' behaviors and reactions. The data obtained from the tests were processed using the statistical software SPSS version 25. From the results provided in the post-test the experimental class had 12.2585 and the control class had 10.4492 mean. the application of the manipulable material had a very large effect therefore, the results obtained highlight the relevance of this tool in teaching and learning mathematics.

**Keywords:** Ex-inscribed angle, circumference, manipulable materials.

### Resumen

El uso de manipulativos en las clases de matemáticas es sumamente importante porque ayudan a los alumnos a observar, analizar y construir sus propios conocimientos. Teniendo esto en cuenta, se llevó a cabo un estudio cualitativo-cuantitativo en una escuela secundaria de la provincia de Maputo, en el que participaron 120 alumnos de 8<sup>o</sup> curso, con el objetivo de analizar la contribución de los manipulativos propuestos a la demostración del teorema del ángulo exinscrito en una circunferencia. Las principales técnicas e instrumentos de recogida de datos consistieron en un pretest y un postest, así como en el registro de algunos comportamientos y reacciones de los alumnos. Los datos obtenidos en las pruebas se procesaron con el programa

estadístico SPSS versión 25. A partir de los resultados proporcionados para la prueba posterior, la clase experimental obtuvo una puntuación média de 12,2585 y la clase de control una puntuación média de 10,4492. La aplicación de los manipulativos tuvo un gran efecto y los resultados obtenidos muestran la relevancia de esta herramienta en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

**Palabras clave:** *Ângulo exinscrito, circunferencia, manipulativos*

## 1. Introdução

“O Ensino da Matemática nas nossas escolas é, hoje em dia, caracterizado por um baixo desempenho. Esta situação tem levado as autoridades moçambicanas a imprimir uma maior dinâmica na revisão curricular bem como na capacitação de docentes em matérias de metodologia de ensino” (Deixa, P. & Salvi, 2013). Apesar desse esforço, a situação ainda continua alarmante devido a vários factores dos quais,

*“A actividade de ensinar é vista, comumente, como transmissão da matéria aos alunos, realização de exercícios repetitivos, memorização de definições e fórmulas. O professor “passa” a matéria, os alunos escutam, respondem o “interrogatório” do professor para reproduzir o que está no livro didáctico, praticam o que foi transmitido em exercícios de classe ou tarefas de casa e decoram tudo para a prova”* (Libâneo, 2006, p.78).

Porém, esse método (tradicional) utilizado na maioria das salas de aula de matemática não permite aos alunos tempo suficiente para que eles compreendam plena e conscientemente os conceitos básicos da matemática, o que compromete um dos objectivos gerais da disciplina no ESG, que é “desenvolver, no aluno, a confiança em si

próprio: exprimir e argumentar as suas opiniões; formular juízos elementares sobre situações concretas; enfrentar com confiança situações novas e mostrar flexibilidade e criatividade” (INDE/MINED – Moçambique: 2010, pág. 8).

Outrossim,

*“A geometria é normalmente deixada para os finais dos anos lectivos e tratada a partir das definições, dando pouco espaço à acção dos alunos na compreensão dos conceitos geométricos. A medida traduz-se, tradicionalmente, à aplicação de fórmulas e realização de cálculos”* (BREDA et al., 2011, p. 7 Apud GUERREIRO: 2017, p. 3).

Todavia, DEB (2001 Apud Botas & Moreira, 2013) afirma que “a competência matemática só se desenvolve se o aluno for sujeito a uma experiência matemática rica e diversificada, em que lhe seja possível reflectir através da realização de tarefas tais como resolução de problemas, actividades de investigação.” Uma das formas de promover diferentes experiências de aprendizagem matemática enriquecedoras é através do uso de materiais didácticos, os quais assumem um papel ainda mais determinante por força da característica abstracta da matemática. Assim sendo, ciente de que as metodologias activas e participativas centradas no aluno preconizam que o professor não seja mais um centro transmissor de informações e conhecimentos expondo a matéria para reprodução e memorização pelos alunos e estes não são um receptáculo de informações e conhecimentos, visto que, o aluno deve ser um sujeito activo na construção do conhecimento e o professor deve assumir-se como criador de situações de aprendizagem regulando os recursos e

aplicando uma pedagogia construtivista, o pesquisador idealizou e construiu um material didáctico manipulável que auxilia o professor no ensino do teorema sobre o ângulo ex-inscrito e ângulo de um Segmento de uma circunferência. A ideia nasce das dificuldades dos alunos na resolução de exercícios inerentes aos teoremas em apreço, facto vivenciado no âmbito das práticas pedagógicas dos estudantes dos cursos de Mestrado em Educação no Instituto Superior de Gestão e Empreendedorismo Gwaza Muthini no Distrito de Marracuene Província de Maputo. Portanto, o presente artigo resulta de uma pesquisa realizada numa escola da província de Maputo, que objectivava analisar o contributo do material manipulável proposto para a demonstração dos **Teoremas do Ângulo de um segmento e ex-inscrito numa circunferência.**

## 2. Metodologia

O presente trabalho foi realizado com base nas orientações metodológicas de AmaraL (1999) e Lakatos (1999), eles, defendem que cada método implica o emprego de várias técnicas. Assim a presente pesquisa foi também realizada com base na conjugação de algumas técnicas de pesquisa, nomeadamente, observação directa, e experimentação.

Assim para a operacionalização das fontes primárias recorreremos como fontes primárias programas e planos de estudo ao nível do ensino básico, rendimento pedagógico dos alunos, nível de formação dos professores da escola. A observação directa serviu para de maneira empírica recolhermos informação fundamental para o estudo. Permitiu verificar a evolução das actividades relativas ao Processo de ensino

e aprendizagem da geometria com recurso ao uso de materiais manipuláveis.

Para a colecta de dados foi aplicada essencialmente a técnica de *observação*. Segundo Lakatos & Marconi (2003) “a observação é uma técnica de colecta de dados para conseguir informações e utiliza os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade. Não consiste apenas em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenómenos que se desejam estudar” (p. 190). Os autores apresentam duas grandes divisões da observação porém, por conveniência, neste trabalho, fez-se referência a uma delas que é a *documentação directa* que compreende a *observação directa intensiva* e a *observação directa extensiva*. Portanto, tendo em conta a tipologia da pesquisa quanto à abordagem (quali-quantitativa) e aos procedimentos técnicos utilizados (pesquisa experimental), foram usadas as duas modalidades de observação sendo que na observação directa intensiva, aplicou-se a técnica de *observação participativa* a fim de anotar, de uma forma geral, dados relativos ao comportamento dos alunos quanto a motivação, a construção do raciocínio matemático e o nível da resolução dos exercícios durante a aula com o material didáctico manipulável (MDM). Na observação directa extensiva, foram aplicados dois testes nas duas turmas (Turma Experimental e Turma de Controlo), sendo que o primeiro objectivava obter dados relativos ao nível de conhecimentos dos alunos antes do uso do material manipulável (ou seja testar a homogeneidade das turmas) e o segundo, aplicado também nas duas turmas todavia, depois do uso do MDM na turma experimental e visava obter dados que permitissem medir a possível diferença do rendimento pedagógico dos alunos.

## 2.1. População

De acordo com Fonseca & Martins (2011), “*população* é um conjunto de indivíduos ou objectos que apresentam pelo menos uma característica em comum. A população pode ser finita ou infinita”. Portanto, a pesquisa teve como população 300 alunos da 8<sup>a</sup> Classe, distribuídos em 5 turmas com 60 alunos

## 2.2. Amostra

“A amostra é uma parcela convenientemente seleccionada do universo (população); é um subconjunto do universo” (Lakatos & Marconi, 2003, p. 163). Assim sendo, para a pesquisa foi seleccionada uma amostra de 120 alunos dos quais 60 foram da turma de controlo e os outros 60 da turma experimental

## 3. Problema de pesquisa

“As Práticas Pedagógicas constituem um processo de integração do estudante na vida escolar, tendo em vista a sua familiarização com as dinâmicas próprias da prática docente” (RACHIDE, 2017). Foi no âmbito do cumprimento dessa etapa de formação que, desenvolvendo as suas actividades numa escola da província de Maputo, o pesquisador notou acentuadas dificuldades dos alunos na resolução de exercícios de geometria vinculados ao teorema sobre o ângulo ex-inscrito, tais como:

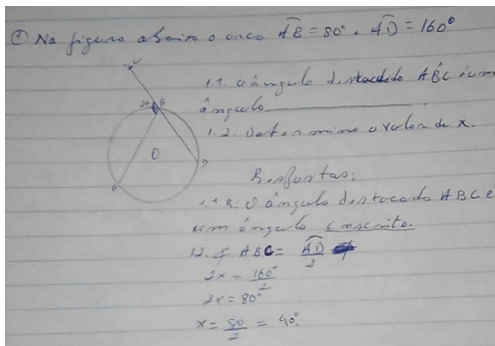


Figura 1: Erros cometidos pelos alunos.  
Fonte: Pesquisador

Comentário: Na resolução acima é notório que o aluno tem dificuldades no entendimento dos conceitos “ângulo inscrito e ângulo ex-inscrito” facto que o conduziu a responder erradamente a primeira questão e, por conseguinte, errou igualmente a questão 1.2.

Solução correcta:

- ❖ 1.1. O ângulo destacado,  $\widehat{ABC}$  é um ângulo ex-inscrito.
- ❖ 1.2.  $\widehat{AB} + \widehat{AD} + \widehat{BD} = 360^\circ \rightarrow$  Porque a amplitude de uma circunferência mede  $360^\circ$ .  
 $80^\circ + 160^\circ + \widehat{BD} = 360$

$$\begin{aligned} 80^\circ + 160^\circ + \widehat{BD} &= 360^\circ \Rightarrow 240^\circ + \widehat{BD} \\ &= 360^\circ \Rightarrow \widehat{BD} \\ &= 360^\circ - 240^\circ \Rightarrow \widehat{BD} \\ &= 120^\circ \end{aligned}$$

**Teorema do ângulo ex-inscrito:** “A medida do ângulo ex-inscrito é igual à semi-soma das amplitudes dos arcos compreendidos entre os lados e os seus prolongamentos”

$$\begin{aligned} \text{Logo, } \sphericalangle \widehat{ABC} &= \frac{\widehat{AB} + \widehat{BD}}{2} \Rightarrow 2x = \frac{80^\circ + 120^\circ}{2} \Rightarrow \\ 2x &= \frac{200^\circ}{2} \Rightarrow 2x = 100^\circ \Rightarrow x = \frac{100^\circ}{2} \\ \Rightarrow x &= 50^\circ \end{aligned}$$

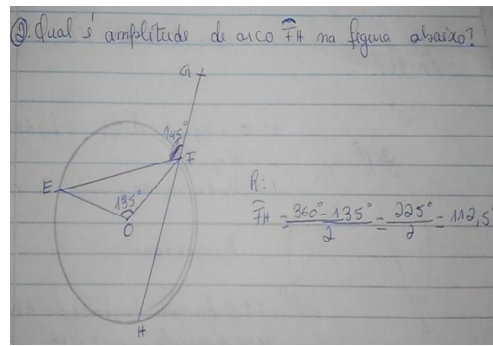


Figura 2: Erros cometidos pelos alunos.  
Fonte: Pesquisador

Comentário: Nesta resolução verifica-se, igualmente, que a falta da compreensão cabal do teorema sobre o ângulo ex-inscrito levou o aluno a uma solução errada.

Solução correcta:

- ❖ Dado que  $\sphericalangle EFG = 135^\circ$  é um ângulo ao centro cujo arco correspondente é  $\widehat{EF}$ , então  $\widehat{EF} = 135^\circ$ . Pelo teorema do ângulo ex-inscrito temos:  
 $\sphericalangle EFG = \frac{\widehat{EF} + \widehat{HF}}{2} \Rightarrow 145^\circ = \frac{135^\circ + \widehat{HF}}{2} \Rightarrow$   
 $145^\circ \times 2 = 135^\circ + \widehat{HF} \Rightarrow 290^\circ =$   
 $135^\circ + \widehat{HF} \Rightarrow 290^\circ - 135^\circ = \widehat{HF} \Rightarrow$   
 $\widehat{HF} = 155^\circ$

Segundo Libâneo (2006), “o processo de ensinar é uma actividade de mediação pela qual são providas as condições e os meios para que os alunos se tornem sujeitos activos na assimilação de conhecimentos. O autor afirma ainda que, aquele processo “é impulsionado por factores ou condições específicas já existentes ou que cabe ao professor criar, a fim de atingir os objectivos escolares”. Desta feita, o professor de Matemática é desafiado a pôr em prática a sua criatividade didáctica, acção que inclui a construção de material didáctico adequado, de modo a estimular os alunos e reduzir sobremaneira a abstracção dos conteúdos matemáticos a fim de

facilitar a sua assimilação. Nessa perspectiva, é oportuno levantar a seguinte questão:

- ❖ *Em que medida a aplicação do material manipulável da autoria do pesquisador, pode contribuir para o aprimoramento da aprendizagem dos alunos no ensino do teorema sobre o ângulo ex-inscrito?*

#### **4. Os Materiais Manipuláveis no Processo de Ensino e Aprendizagem (PEA)**

Para Zabala (1998) todos os meios que auxiliam os professores a responder aos problemas concretos que surgem em qualquer momento da planificação, execução ou avaliação das aprendizagens são materiais curriculares. Isto é, são “*meios que ajudam a responder aos problemas concretos que as diferentes fases do processo de planificação, execução e avaliação lhes apresentam. Por isso, sua função ou intenção se centra em dificuldades como “ orientar, guiar, exemplificar, ilustrar, propor, divulgar”* Segundo esta definição a noção de material curricular é bastante ampla porque inclui todos os materiais usados pelo Professor.

Serrazina (1991) e Jacobs (1998) ao definirem materiais manipuláveis dão a entender que estes correspondem a materiais didácticos.

Segundo Serrazina (1991) os materiais manipuláveis são objectos, instrumentos ou outros meios que podem ajudar os alunos a descobrir, a entender ou consolidar conceitos fundamentais nas diversas fases de aprendizagem.

Para Jacobs (1982) os materiais manipuláveis são objectos usados pelos

alunos que lhes permitem aprender activamente determinado conceito.

As perspectivas anteriormente citadas confluem quando referem-se ao material manipulável como sendo material concreto (objecto) cuja aplicação no PEA atija nos alunos o entendimento próprio do conteúdo abordado. Todavia, divergem na medida em que, enquanto uns autores ressaltam a necessidade de haver, durante o uso do material manipulável, o contacto físico do aluno com o objecto, os outros não fazem referência a esse contacto. De salientar que, convenientemente, doravante referir-se-á ao material manipulável como sendo material concreto que aplicado durante PEA apele para os vários sentidos dos alunos devendo ser manuseado mormente pelos alunos num envolvimento activo.

Para uma apreciação a seguir apresenta-se alguns materiais manipuláveis produzidos para auxílio em . Alguns destes materiais serviram de apoio na pesquisa realizada na Escola envolvida.





Fig. 1 Protótipos produzidos pelos Formandos.

## 5. Procedimento Experimental na Sala de Aula

Na Turma Experimental as aulas foram ministradas pelo professor da turma cabendo ao pesquisador, observar e orientar as actividades de planificação usando o Programa da 8ª Classe, 2010 e o manual de Chuquela & Langa (2021). Dos três conteúdos leccionados, o destaque vai para o tema *Ângulo ex-inscrito* cuja abordagem foi embasada numa estratégia metodológica construtivista na qual foram criadas algumas experiências matemáticas durante o manuseio do material didáctico, respeitando o protocolo sanitário, que instaram os alunos a exteriorizarem as suas opiniões com relação as situações observadas, facto que os impeliu a concluírem que *a medida do ângulo ex-inscrito é igual á*

*semi-soma das amplitudes dos arcos compreendidos entre os lados e os seus prolongamentos.*

Portanto, foi uma experiência pedagógica que estimulou e privilegiou a participação activa dos alunos na formação de ideias elementares sobre situações concretas do Processo de ensino e aprendizagem (PEA), desenvolvendo neles a autoconfiança na expressão e argumentação das suas opiniões.

### 5.1. Resultados da Pesquisa

Observando as tabelas de comparação de duas amostras independentes foi possível notarmos que uma pequena diferença em termos de média das notas dos dois grupos, tendo evidenciado como melhor, o grupo de controle segundo os dados adquiridos. Assim sendo, a seguir é apresentado um *boxplot* que ilustra a identificação dos *outliers* e a distribuição das notas do pré-teste.

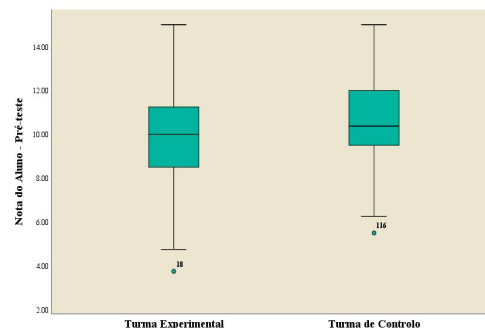


Gráfico 1: Boxplot ilustrando a extensão e dois dados atípicos.

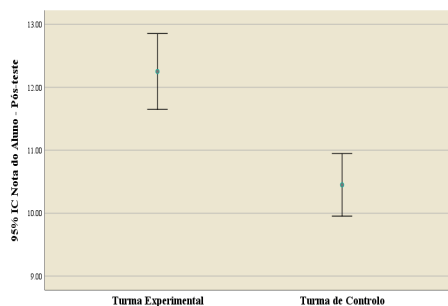
Fonte: Pesquisador

O gráfico acima mostra que as notas admissíveis para a TE e TC, estão no intervalo de 4.5 a 15 e de 6 a 15 valores, respectivamente. Assim sendo, as notas mínimas em ambas as turmas são dados atípicos. Portanto, a comparação dos

*boxplots* sugere notas com melhor aproveitamento na TC em relação a TE

Terminada a fase experimental os dois grupos foram submetidos a um pós teste sobre conteúdos relacionados com geometria. Os resultados mostram que uma diferença muito grande em termos de notas dos dois grupos sendo a melhor o grupo experimental.

O grupo de controle teve uma média de 10.4492 e o grupo experimental teve uma média de 12.2585, conforme ilustra o gráfico abaixo.



. Observando o gráfico de rendimento por dos dois grupos, podemos verificar que o grupo experimental ocupa posições cimeiras em relação ao grupo de controle. Não há intersecção nos intervalos de confiança pelo que há uma diferença significativa entre os dois grupos sendo o melhor o grupo experimental, que nos leva a inferir que estatisticamente, o uso de materiais manipuláveis na sala de aula melhora o índice de rendimento pedagógico do aluno.

## 6. Conclusões

A opção organizacional para apresentar as conclusões, assentou-se na sistematização de alguns resultados descritos no capítulo anterior e tendo

como base o problema, a hipótese e os objectivos que nortearam este trabalho.

A pesquisa foi realizada, visando responder a questão: *Em que medida a aplicação do material manipulável da autoria do pesquisador, pode contribuir para o aprimoramento da aprendizagem dos alunos no ensino do teorema sobre o ângulo ex-inscrito?* Assumiu-se, inicialmente, a hipótese de que *a aplicação do material manipulável proposto aprimora o Processo de Ensino-Aprendizagem da demonstração do teorema sobre o ângulo ex-inscrito numa circunferência.* O presente trabalho objectivava, no geral, analisar o contributo do material manipulável proposto, para a demonstração do teorema sobre o ângulo ex-inscrito numa circunferência. Portanto, recorreu-se a uma amostra de 120 alunos da 8<sup>a</sup> Classe, divididos em duas turmas sendo uma experimental e outra de controlo. Durante a leccionação do conteúdo “*ângulo ex-inscrito*” na TE, o pesquisador aplicou o material manipulável da sua autoria, numa estratégia metodologia centrada no aluno e foi notória a motivação e participação activa dos alunos na construção do seu próprio entendimento. Para aferir o contributo do material didáctico em apreço, aplicou-se nas duas turmas um pós-teste que resultou num rendimento pedagógico médio de **12.2585** e **10.4492** para a TE e TC, respectivamente. Com base nos resultados, inferiu-se que as médias anteriormente mencionadas apresentam, na população, uma diferença estatisticamente significativa, portanto, a aplicação do material manipulável gerou algum impacto positivo no desempenho dos alunos. Ademais, o resultado da estatística usada para medir o tamanho do efeito do

Cuambe, V. A. J. (2025). *Análise da contribuição do material manipulável na demonstração do teorema sobre o ângulo ex-inscrito numa circunferência – caso de estudo da 8ª classe numa escola secundaria da Província de Maputo*

MDM, (*d de Cohen igual a 0.85035*), permitiu-nos depreender, igualmente, que aquele material teve um efeito muito grande no desempenho dos alunos, facto que nos leva a concluir que a hipótese que sustentou todo o trabalho investigativo é passível de ser assumida como resposta ideal para o problema de pesquisa em causa. Entretanto, pelo critério de selecção da amostra feita para o estudo, que não permitiu seleccionar-se alguns alunos por cada turma, mas sim a selecção de turmas já estruturadas, os resultados desta pesquisa só são válidos para os alunos da 8ª Classe da escola de pesquisa.

*Científica*. 5ª ed. São Paulo. Editora Atlas S.A. - 2003.

7. Libâneo, J. *Didáctica*. Cortez Editora. 2006.
8. Serrazina, L. *Aprendizagem da Matemática: a importância da utilização de Materiais*. Autores Associados, 1991.
9. Vale, I. *Materiais Manipuláveis*. Outubro de 2002.
10. Zanella, L., & Carly H. *Metodologia de Pesquisa*. 2ª ed. reimp. – Florianópolis: Departamento de Ciências da Administração/ Editora UFSC, 2013.

## 7. Referências Bibliográficas

1. Botas, D. & Moreira D. *A utilização dos materiais didácticos nas aulas de Matemática – Um estudo no 1º Ciclo*. Revista Portuguesa de Educação, 2013.
2. Chuquela, N. & Langa, H. *Matemática - 8ª Classe*, Plural Editora, 2011.
3. Fonseca, J. & Martins, G. *Curso de Estatística*. 6ª ed. São Paulo. Editora Atlas S.A, 2011.
4. Deixa, G. Passos, M. & Salvi, R. *VI CIEM - Um estudo do Programa de Ensino e de livros-textos de Matemática do Ensino Secundário Geral moçambicano na óptica das dimensões dos conhecimentos em Matemática e dos registos de representação semiótica*. ULBRA – Canoas – Rio Grande do Sul – Brasil, 2013.
5. INDE/MINED – Moçambique. *Matemática, Programa da 8ª Classe*, 2010.
6. Lakatos, E. & Marconi, M. *Fundamentos de Metodologia*



**ALBA**®

**ISFIC RESEARCH AND SCIENCE JOURNAL**

ALBA - ISFIC RESEARCH AND SCIENCE JOURNAL

ISSN PRINT: 3006-2489

ISSN ONLINE: 3006-2470

1ª Ed, Vol. II, No. 7, Maio, 2025

<https://alba.ac.mz/index.php/alba/issue/view/10>

[albaisfic@gmail.com](mailto:albaisfic@gmail.com); [alba@isfic.ac.mz](mailto:alba@isfic.ac.mz)